

# Estudio de deformaciones y vibraciones en una viga en ménsula mediante redes de Bragg

## A study of deformation and vibrations in a cantilever using Bragg gratings

Massimo L. FILOGRANO<sup>(1)</sup>, Alberto RODRÍGUEZ BARRIOS<sup>(2)</sup>, José María COLLADO URIBE<sup>(2)</sup>, Miguel GONZÁLEZ-HERRÁEZ<sup>(1)</sup>, Pedro CORREDERA GUILLÉN<sup>(2)</sup>, Óscar ESTEBAN MARTÍNEZ<sup>(1)</sup>, Felix RODRÍGUEZ BARRIOS<sup>(2)</sup>, María Luisa HERNÁNZ SANJUAN<sup>(2)</sup> y Sonia MARTÍN LÓPEZ<sup>(2)</sup>

1. Grupo de Ingeniería Fotónica, Departamento de Electrónica, Escuela Politécnica Superior, Universidad de Alcalá, Campus Universitario s/n, 28871 Alcalá de Henares, Madrid.
2. Departamento de Metrología, Instituto de Física Aplicada, CSIC, Serrano 144, 28006, Madrid.

Persona de contacto: Massimo L. FILOGRANO ([massimo.filograno@depeca.uah.es](mailto:massimo.filograno@depeca.uah.es)).

### RESUMEN:

En este trabajo se presenta la caracterización del comportamiento de una viga en ménsula como banco de pruebas en laboratorio, de forma que los resultados obtenibles sean extrapolables a otro tipo de infraestructuras civiles. La medida de las deformaciones y vibraciones en la viga, tanto en régimen estático como dinámico (a frecuencias menores que 2kHz), se ha realizado mediante redes de Bragg en fibra óptica adheridas a la estructura, mostrando una alta fiabilidad, sensibilidad y rango dinámico en los casos analizados.

**Palabras clave:** fibra óptica, redes de Bragg, monitorización estructural, viga en ménsula.

### ABSTRACT:

In this work, the behaviour of a cantilever as laboratory probe is shown. The obtained results can be used as input parameters in the design stage of civil infrastructures. The measurement of strain and vibrations, both in static and dynamic regime (frequencies below 2kHz), have been performed with fibre optic Bragg gratings and attached on the cantilever, showing a high reliability, sensitivity and dynamic range in all tests performed.

**Key words:** optical fibre, Bragg gratings, structural monitoring, cantilever.

## 1.- Introducción

Uno de los grandes desafíos a los que se enfrenta la ingeniería actual reside en el mantenimiento y la seguridad en el funcionamiento de infraestructuras tales como edificios, puentes, carreteras, presas, túneles y otras obras públicas. En este sentido, las técnicas de monitorización estructural permiten identificar la presencia, ubicación y magnitud de daños a partir de cambios en sus características estáticas y dinámicas, así como analizar la seguridad y fiabilidad de estas construcciones en base a los datos obtenidos. El desarrollo de sistemas remotos de sensado y la

incorporación de sensores en las infraestructuras civiles permiten realizar labores de control y diagnóstico de posibles problemas, para proponer métodos encaminados a su rehabilitación y reparación antes de un deterioro irreversible. Las magnitudes a determinar en infraestructuras civiles suelen ser las relacionadas con deformaciones, vibraciones, temperatura, grado de corrosión, etc.

En la última década, se han introducido nuevos dispositivos basados en fibra óptica para la medida precisa de este tipo de magnitudes. Su versatilidad, precisión y facilidad para configurar redes de sensores han incrementa-

do su instalación para monitorizar la salud estructural de construcciones [1-5]. Las características de seguridad intrínsecas a la fibra óptica, hacen que sea útil en aplicaciones que incluyen los ambientes extremadamente hostiles y los entornos en los que no es posible el uso de elementos electrónicos. Además, su reducido tamaño permite su integración en estructuras ya existentes [6] o incorporación en nuevas infraestructuras durante la fase de construcción [7,8].

Una situación en que los sensores de fibra óptica son realmente interesantes es en la monitorización de las estructuras civiles ligadas a las líneas del tren de alta velocidad. El departamento de Metrología del IFA-CSIC y el Departamento de Electrónica, de la Escuela Politécnica Superior de la Universidad de Alcalá, colaboran en el proyecto MIFFO "Monitorización de Infraestructuras Ferroviarias por Fibra Óptica FOM (77/07)". En él se propone la aplicación de sensores en fibra óptica para la monitorización de las infraestructuras del tren de Alta Velocidad. MIFFO tiene dos objetivos concretos: el estudio de las deformaciones y movimientos, en túneles y explanaciones, y la identificación y posicionamiento del convoy ferroviario.

En este trabajo se muestra los primeros ensayos realizados en la validación de la tecnología de redes de Bragg para MIFFO. Concretamente se muestra la aplicación de redes de Bragg en la monitorización de deformaciones para una viga en ménsula (empotrada) como demostrador de laboratorio. El análisis de las deformaciones de la viga se realiza en condiciones estáticas y dinámicas; el estudio dinámico permite la evaluación de la técnica para el reconocimiento y posicionamiento de los trenes y pensamos puede ser útil para el conocimiento de la fatiga de la estructura, mientras que el estudio estático simula los efectos de deformación de los terraplenes y la vía.

## 2.- Descripción del demostrador de viga en ménsula

El demostrador de viga en ménsula se ha construido con una viga de aluminio. El aluminio es un material elástico lineal en el

intervalo de alargamientos del ensayo. El perfil utilizado tiene sección tuborectangular, con bajo módulo resistente a flexión, por tanto se deforma con bajos esfuerzos, y, de acuerdo con la ley de Navier, para una pequeña flecha se inducen unas grandes deformaciones en las fibras más separadas de la fibra neutra.

El demostrador (Fig. 1) trabaja en flexión simple y no se han tenido en cuenta los esfuerzos cortantes. En estructuras reales trabajamos con flexión simple en la que el momento flector va acompañado de un esfuerzo cortante. En la práctica, cuando la viga es corta predomina el esfuerzo cortante y cuando la viga es larga predomina la flexión. Las vías del tren de alta velocidad son de gran longitud, por lo que se trata de ensayar la flexión. La relación entre longitud y canto de la viga debe ser suficientemente grande como para que sea la flexión la sollicitación predominante y pueda eliminarse la componente cortante en los cálculos.

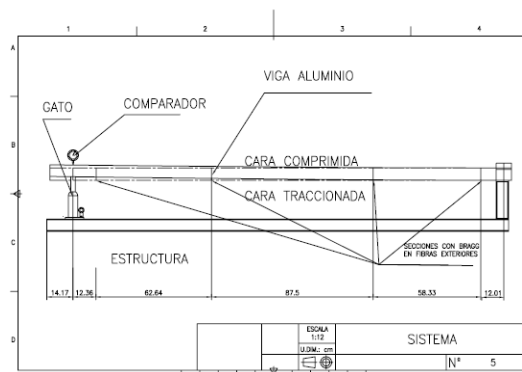


Fig. 1: Plano del demostrador de viga en ménsula.

El perfil de aluminio seleccionado es un tubular de 3m de longitud con una sección de 80x40x1,5mm que presenta un módulo de rigidez a flexión  $W_z = 7,476 \text{ cm}^3$  y una inercia  $I_z = 29,902 \text{ cm}^4$ . La deformación de la viga se realiza mediante un gato de tijera, midiendo la flecha alcanzada mediante un reloj comparador de resolución de  $10 \mu\text{m}$ . La Fig. 1 y la Fig. 2 muestran el plano de la estructura diseñada y una fotografía del experimento con las redes de Bragg colocadas en los puntos de medida. La condición que debe cumplir el bastidor es que se deforme muy poco cuando se cargue la viga. Por eso se ha optado hacer el bastidor de acero.



Fig. 2: Fotografía del demostrador construido.

La expresión que nos relaciona la deformación unitaria en cada localización de las redes de Bragg, en función de la flecha producida en la viga empotrada es:

$$\varepsilon(x_i) = \frac{3 \delta_{EXT}(L) x_i (h/2)}{L^3} \quad (1)$$

donde  $\varepsilon(x_i)$  es la deformación unitaria soportada por la red (en tanto por uno),  $\delta_{EXT}(L)$  es la flecha medida en el extremo de la viga (en metros),  $x_i$  son las distancias entre el extremo donde se realiza la tensión y el punto donde se encuentra la red de Bragg,  $h$  es la altura de la viga y  $L$  la distancia entre el punto donde se realiza la flecha y el empotramiento. Puesto que no medimos cargas, sino que imponemos flechas, la naturaleza del material ensayado no influye en los resultados, y las expresiones obtenidas son de naturaleza geométrica como se aprecia en (1).

### 3.- Pruebas estáticas

Denominamos pruebas estáticas a las que medimos el valor de la deformación como promedio en tiempos suficientemente largos de las deformaciones producidas sobre el demostrador. Para la medida de estas deformaciones se ha usado un analizador de espectros óptico ADVANTETS Q8384 que resuelve la medida de la longitud de onda de reflexión de la red de Bragg con 1pm.

Se han instalado 8 redes de Bragg, cuatro de ellas están en la parte superior de la viga y otras cuatro en la parte inferior de forma que pueda alternativamente detectarse alargamientos y acortamientos según monitoricemos la cara comprimida o la cara traccionada

de la viga. Las longitudes de onda nominales de las redes de Bragg son 1541.1, 1547.4, 1554.1 y 1560.4nm respectivamente, con una constante de calibración de 1.1pm/με. La selección de las longitudes de onda se ha realizado por imposición del sistema dinámico de medida que se describe en la sección siguiente. Las redes se han adherido al aluminio con resina epoxi.

Las diferencias de longitud de onda esperadas en las redes de Bragg más próximas a la posición donde se aplica la flecha son muy pequeñas y el error de medida no permite la evaluación adecuada del demostrador. Para las redes de Bragg más alejadas ( $x_3$  y  $x_4$ ) los valores medidos pueden ser evaluados con menor incertidumbre. Se han estudiado las redes  $x_3$  y  $x_4$  en las posiciones arriba y debajo de la viga y se ha realizado para ambas el estudio en tracción y compresión. Los valores medidos de su constante calibración (en pm/mm, variación de longitud de onda por mm de flecha aplicado) se muestran en la tabla 1. Para las redes  $x_4$  (arriba y abajo) y para la red  $x_3$  abajo los valores medidos concuerdan con los valores esperados dentro de un 5%, sin embargo los valores de  $x_3$  arriba difieren de los esperados hasta un 40%.

Tabla 1: Valores esperados y medidos de deformación para las redes en las posiciones  $x_3$  y  $x_4$

Posición de la red	Valores esperado	Valores medidos			
		Compresión		Tracción	
		Abajo	Arriba	Abajo	Arriba
pm/mm	pm/mm	pm/mm	pm/mm	pm/mm	pm/mm
X3(1,95)	11,25	11,8	8,6	10,6	7
X4(2,65)	15,3	14,6	14,2	14,5	12,4

La diferencia entre los valores encontrados se debe a problemas de adherencia el pegamento usado. Las redes de arriba se han pegado de manera diferente que la de abajo, poniendo más pegamento y una capa adicional de lo mismo por arriba.

Las redes pegadas con más pegamento son las que presentan un fenómeno de histéresis como si la cantidad de pegamento crea una capa elastoplástica que responde con un retraso a las sollicitaciones mecánicas.

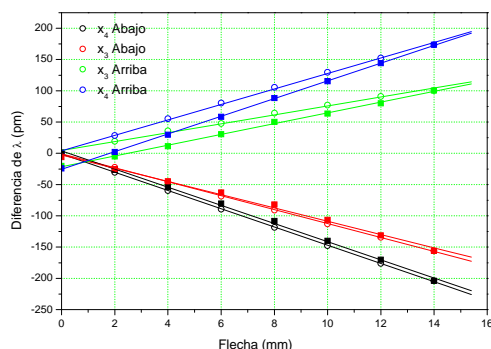


Fig. 3: Cambio en longitud de onda para las redes situadas en las posiciones  $X_3$  y  $X_4$ , trabajando en tracción y compresión

#### 4.- Ensayos dinámicos

Para estudiar el comportamiento dinámico del demostrador se han empleado las mismas redes usadas en el ensayo descrito en el apartado 3, pero interrogadas a través de un sistema dinámico. El sistema dinámico de interrogación es un FS 1500-PXITM BraggSCOPE fabricado por Fibersensing. Este equipo consta de una fuente de espectro ancho, ocho filtros a rampa (dos por cada red), cuatro detectores y un ADC. Con esta configuración convierte los cambios de longitud en cambios de la señal detectada. Se ha realizado el software necesario para la adquisición de 10000 puntos por segundo con LabVIEW.

Las primeras pruebas de laboratorio se han realizado usando un listón de aluminio de 320x30x5mm empotrado, del que queda libre 284mm y que oscila según su frecuencia natural. Al listón se le ha pegado con resina epoxi una red de Bragg que actúa como sensor. Las oscilaciones medidas con la red de Bragg (Fig. 4) son las típicas de un sistema mecánico de segundo orden cuya envolvente es una exponencial amortiguada.

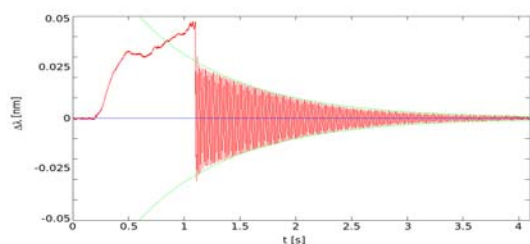


Fig. 4: Oscilación medida en el sistema del listón de aluminio

Las dimensiones mecánicas del listón permiten el cálculo de manera precisa de la frecuencia natural del sistema oscilante. La fórmula simplificada para el cálculo de su frecuencia natural es [9]:

$$f_n = \frac{1}{\pi} \frac{\sqrt{K_v^2 + mK_E}}{m} = \frac{1}{\pi} \frac{\sqrt{K_v^2 + m \frac{Eah^3}{3L^3}}}{m}$$

$$f_n \cong \frac{1}{\pi} \frac{\sqrt{Eah^3}}{\sqrt{3mL^3}} = \frac{1}{\pi} \frac{\sqrt{Eah^3}}{\sqrt{3\rho_v ahLL^3}} = \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{Eh^2}{3\rho_v L^3}}$$

Donde  $K_v$  es la constante de amortiguamiento viscoso del sistema,  $K_E$  es la constante elástica del material,  $m$  la masa de la parte de platina libre del empotramiento,  $E$  es el módulo de Young,  $\rho_v$  es la densidad volumétrica,  $L$  la longitud libre del listón,  $h$  su altura y  $a$  su anchura.

La frecuencia natural de oscilación teórica del listón es 55,39Hz mientras que la frecuencia calculada con las medidas mostradas en la Fig. 4 es 55,3Hz.

Probada la capacidad de medir sobre el listón se midió la frecuencia de oscilación de la viga descrita en el apartado 3, con las redes usadas anteriormente. Para vibrar la viga se ha usado un generador de señales, un amplificador de potencia y un motor linear electromecánico según se muestra en la Fig. 5.

En las posiciones de las redes de Bragg la fórmula de cálculo de la frecuencia natural de vibración de la viga cambia según varíe la sección de la viga, como consecuencia de la variación del momento de inercia respecto al eje  $z$ .

En las posiciones de las redes de Bragg la fórmula de cálculo de la frecuencia natural de vibración de la viga cambia según varíe la sección de la viga, como consecuencia de la variación del momento de inercia respecto al eje  $z$ .

La fórmula de la frecuencia natural para este demostrador es:

$$f_n = \frac{1}{\pi} \frac{\sqrt{K_v^2 + m \frac{E(a_b h_b^3 - a_i h_i^3)}{3L^3}}}{m} \cong \frac{1}{\pi} \frac{\sqrt{E(a_b h_b^3 - a_i h_i^3)}}{\sqrt{3L^4(a_b h_b - a_i h_i)\rho_v}}$$



Fig. 5: Test de medida dinámico

Para esta estructura es difícil comprobar la exactitud de dicha fórmula, ya que en el demostrador diseñado es difícil excitar únicamente el modo deseado sin excitar al mismo tiempo modos perpendiculares debido a la estructura de empotramiento. Además en esta estructura más compleja, intervienen otros elementos que presentan frecuencias naturales adicionales que enmascaran la de la viga. Finalmente, otro factor que hace complicado el cálculo de la frecuencia natural de vibración de la viga son las inhomogeneidades de la fabricación de la estructura. Como resultado de estas consideraciones se determinó caracterizar el demostrador introduciendo mediante el motor lineal una oscilación forzada que realiza un barrido con frecuencia variable desde 0.1Hz a 1.5KHz.

La Fig. 6 representa los resultados obtenidos. En ella se representa en la parte inferior la oscilación de excitación y en los gráficos superiores las diferentes respuestas de las fibras en las posiciones  $x_1$ ,  $x_2$ ,  $x_3$  y  $x_4$  como se ha descrito en la sección 3.

La respuesta de la viga a bajas frecuencias (0 a 7Hz) responde a la fórmula de deformación estática donde podemos ver que los sensores más cercanos al empotramiento son los que más se deforman. La primera frecuencia de resonancia es propia de la viga y se puede calcular según la fórmula. El valor teórico de esta frecuencia de resonancia para el demostrador es 11.14Hz, mientras que el valor medido con las redes de Bragg está entre 15 y 20Hz. Esta diferencia encontrada puede deberse a los factores anteriormente expuestos.

Las siguientes frecuencias de resonancia mostradas en la Fig. 6 son las propias de la estructura de empotramiento, que no es completamente rígida, y las frecuencias espurias producidas por rebotes en los extremos de la estructura que producen vibraciones adicionales en los sensores usados. A excepción de estos puntos de resonancia la amplitud es decreciente como es previsible en un sistema mecánico.

La prueba final realizada se refiere al comportamiento del demostrador como simulador del rail al paso del tren.

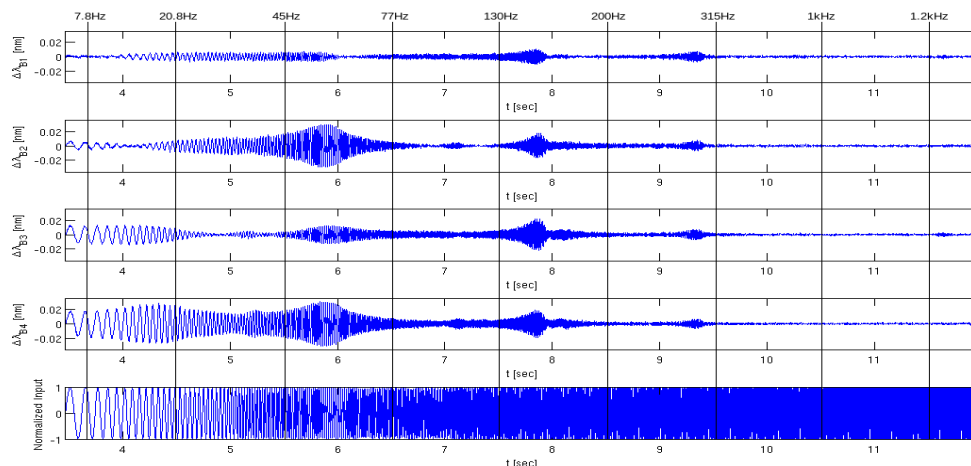


Fig. 6: Medida de las frecuencias de resonancia de la viga. La gráfica inferior representa la oscilación inducida con el vibrador, y las gráficas superiores representan las oscilaciones medidas en cada una de las redes de Bragg dispuestas en las posiciones  $x_1$ ,  $x_2$ ,  $x_3$  y  $x_4$  descritas en la sección 3.



En este caso hemos introducido como señal de excitación al motor/vibrador una señal registrada con sensores tradicionales (resistivos) del paso de un tren a 300Km/h. En la Fig. 7 vemos la señal de excitación en la que se puede reconocer el paso de las ruedas y distinguir los coches.

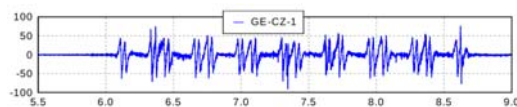


Fig. 7: Señal de excitación para la prueba de paso de tren

Esperábamos una respuesta proporcional a la señal en origen, pero encontramos una alta distorsión en el demostrador, por lo que estudiamos la capacidad de éste, excitándolo con la misma señal simulando pasos de tren a diferentes velocidades. El demostrador responde relativamente bien para una velocidad reducida en un factor 2/3 equivalente a un paso de tren a 200Km/h. La Fig. 8 muestra estos resultados.

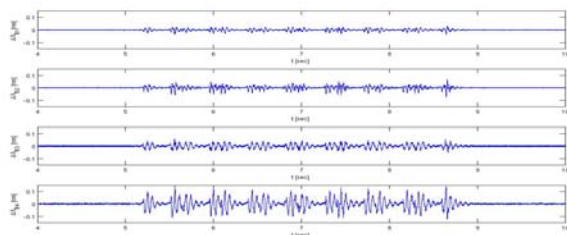


Fig. 8.- Respuesta del demostrador a diferentes velocidades de paso del tren

#### 4.- Conclusión

Se han presentado el estudio de las deformaciones y las vibraciones con redes de Bragg sobre una viga en ménsula como demostrador para la aplicación de esta tecnología en la monitorización de infraestructuras para el tren de alta velocidad. La respuesta en régimen estático de las redes de Bragg responde a los modelos teóricos usados, y depende en gran medida de la adhesión de las reses a la estructura de prueba. La respuesta dinámica de las redes de Bragg es muy buena y está limitada en este caso por la respuesta dinámica del demostrador construido.

*Agradecimientos:* Agradecemos al Ministerio de Educación y Ciencia por los proyec-

tos TEC2006-09990-C02-01 y TEC2006-09990-C02-02, el apoyo del Comunidad Autónoma de Madrid por los proyectos FUTURSEN S-0505/AMB/000374 y FACTOTEM S-0505/ESP/000417, el apoyo de Ministerio de Fomento por el proyecto MIFFO (FOM-07/77).

#### Referencias

- [1] J. M. LÓPEZ-HIGUERA, "Handbook of optical fibre sensing technology". John Wiley & Sons, LTD, 2002.
- [2] F. ANSARI Ed., "Sensing Issues in Civil Structural Health Monitoring" (Springer 2005)
- [3] Raimond M. MEASURES, "Structural Monitoring With Fiber Optic Technology" (Academic Press, 2001)
- [4] K.T.V. GRATTAN, B.T. MEGGIT, "Optical fibre sensors technology: Fundamentals" (Kluwer, Academic Press, 2000)
- [5] B. CULSHAW, C. MICHIE, P. GARDINER, A. MCGROWN, "Smart structures and applications in civil engineering", en IEEE Proc. 84, 1, 1999.
- [6] Y.M. GEBREMICHAEL, B.T. MEGGIT, W.J.O. BOYLE, W. LI, K.T.V. GRATTAN, L. BOSWELL, B. MCKINLEY, K.A. AARNES, L. KVENILD, "Multiplexed fibre Bragg grating sensor system for structural integrity monitoring in large civil engineering applications", en Proc. Of the 11<sup>th</sup> Conference on Sensors and Applications, London, 341-345, 2000
- [7] Y.M. GEBREMICHAEL, W. LI, W.J.O. BOYLE, B.T. MEGGIT, K.T.V. GRATTAN, B. MCKINLEY, G.F. FERNANDO, G. KISTER, D. WINTER, L. CANNING, S. LUKE, "Integration and assesment of fibre Bragg grating sensors in an all-fibre reinforced polymer composite road bridge", Sensors and Actuators A, 118, 78-85, 2005
- [8] R. PIMENTEL, C. BARBOSA, N. COSTA, D. RIBEIRO, L.A. FERREIRA, F.M. ARAÚJO, R. CALÇADA, "Hybrid fiber-optic/electrical measurement system for characterization of railway traffic and its effects on a short span bridge", IEEE Sensors Journal, 8, 1243-1249, 2008
- [9] S. TIMOSHENKO, D. H. YOUNG, "Teoria de las estructuras". Urmo, 1981.